ETH Zürich HS 2019
RW, D-MATL, D-MAVT
Dr. Christoph Czichowsky

Koordinator
Florian Krach

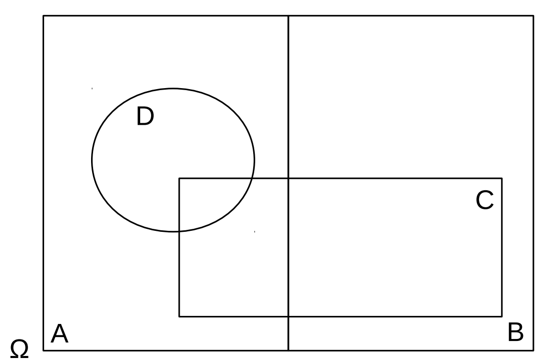
Stochastik
Interaktive Aufgabe für die Übung 1

1. a) Mit A, B und C bezeichne man Ereignisse. Welche der folgenden Schreibweisen ergeben einen Sinn? Begründe.

i) $P(A \cup (B \cap C))$
ii) $P(A^c) \cap P(B)$
iii) $P(A) + P(B)$
iv) $(P(B))^c$

b) Stellen Sie die folgenden Ereignisse im angegebenen Venn-Diagramm dar:

i) $C \cap D$
ii) $(D \setminus C) \cup (C \cap A)$
iii) $B \cup D$



c) Über einen Nachrichtenkanal werden 4 Signale übertragen. Jedes Signal wird entweder richtig oder falsch übertragen. Wir wählen als Wahrscheinlichkeitsraum Ω die Menge der 0-1-Folgen der Länge 4 gemäss

$$\Omega = \{\omega = (x_1, x_2, x_3, x_4) \,|\, x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}\},$$

d.h. $\Omega = \{(0,0,0,0), (1,0,0,0), (0,1,0,0), \ldots, (1,1,1,1)\}$ und interpretieren (für $i = 1, \ldots, 4$) $x_i = 1$ als "i-tes Signal richtig übertragen" und $x_i = 0$ als "i-tes Signal falsch übertragen".
Ferner betrachten wir folgende Ereignisse:

Bitte wenden!

- A : "Genau ein Signal wird richtig übertragen"
- B : "Mindestens 2 Signale werden richtig übertragen"
- C : "Höchstens 2 Signale werden richtig übertragen".

Nun

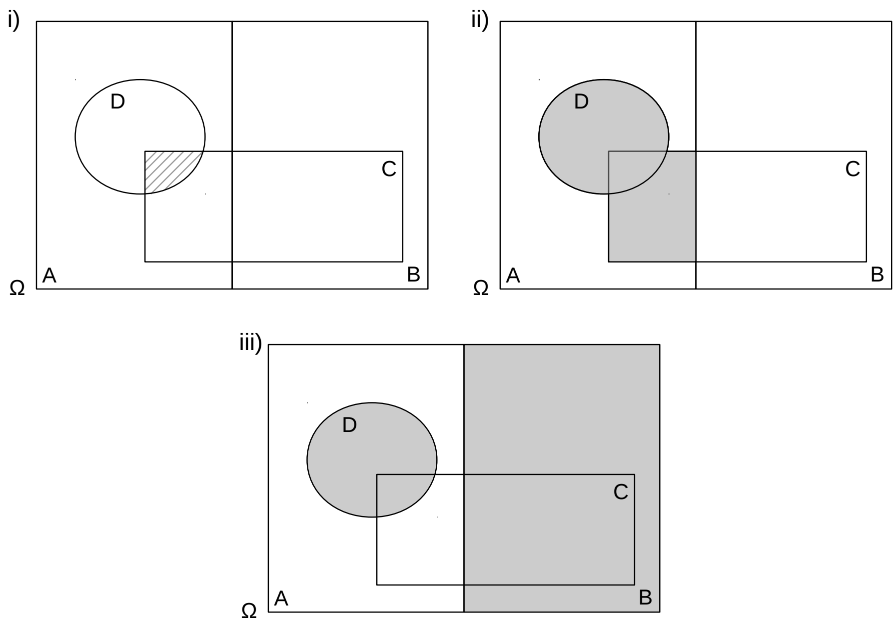
(i) schreibe die Ereignisse A, B und C als Teilmengen von Ω auf.

(ii) beschreibe in Worten die Ereignisse $B \cap C$, $A \cup B$ und $A^c \cap C^c$.

Lösung:

a) i) und iii) sind sinnvoll; ii) und iv) hingegen nicht. Zu ii): der Durchschnittsoperator "$\cap$" ist nur auf Mengen anwendbar. Zu iv): Komplementärereignisse sind nur auf Mengen und nicht auf Wahrscheinlichkeiten anwendbar.

b) Die Darstellung ist



c) (i)

$$
\begin{aligned}
A &= \{(1,0,0,0),\ (0,1,0,0),\ (0,0,1,0),\ (0,0,0,1)\} \\
B &= \{(1,1,1,1),\ (0,1,1,1),\ (1,0,1,1),\ (1,1,0,1),\ (1,1,1,0), \\
&\qquad (0,0,1,1),\ (0,1,0,1),\ (0,1,1,0),\ (1,0,0,1),\ (1,0,1,0),\ (1,1,0,0)\} \\
C &= \{(0,0,0,0),\ (1,0,0,0),\ (0,1,0,0),\ (0,0,1,0),\ (0,0,0,1), \\
&\qquad (1,1,0,0),\ (1,0,1,0),\ (1,0,0,1),\ (0,1,1,0),\ (0,1,0,1),\ (0,0,1,1)\}
\end{aligned}
$$

Siehe nächstes Blatt!

(ii) $B \cap C$: “Genau zwei Signale werden richtig übertragen.”
$A \cup B$: “Mindestens ein Signal wird richtig übertragen.”
A^c: “Entweder gar keines oder mindestens zwei Signale werden richtig übertragen.”
C^c: “Mindestens drei Signale werden richtig übertragen.”
und wegen $A \subseteq C$ hat man $C^c \subseteq A^c$, also $A^c \cap C^c = C^c$ und daher
$A^c \cap C^c$: “Mindestens drei Signale werden richtig übertragen.”